MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

ŞCOALA GIMNAZIALA nr. 56 – BUCUREŞTI

Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii gimnaziale nr. 56
Ediţia a XIII - a, 25.01.2014

Soluţii şi bareme clasa a VII - a

1.	Dacă $n=0$, N este pătrat perfect. Dacă $n>0$, atunci $n=2^k\cdot i$, unde $k\geq 0$ şi $i\geq 1$. Atunci $N=2^{2^k+3(k+1)}\cdot i^3$.	**1p** **1p**
	Pentru $i=1$ şi $k=0$, avem $N=2^4$ şi $n=1$	**1p**
	Pentru $i=1$ şi $k\neq 0$, rezultă k impar, deci $n\in\{2,8,32\}$.	**1p**
	Pentru $i\neq 1$, rezultă $i\in\{9,25,49,81\}$ şi $k=0$, sau k impar. Obţinem $n\in\{9,25,49,81,18,50,98,72\}$. Finalizare	**3p**
2.	Fie R mijlocul segmentului $[MN]$. Rezultă că triunghiul PRQ este isoscel cu $RP=RQ=\frac{AM}{2}$ şi $RQ\parallel AB$, $RP\parallel AC$.	**3p**
	Rezultă că $m(\widehat{PRQ})=180^\circ-m(\widehat{BAC})$, deci $m(\widehat{RQP})+m(\widehat{RPQ})=m(\widehat{BAC})$	**2p**
	Deci $m(\widehat{RQP})=\frac{m(\widehat{BAC})}{2}$. Rezultă că QP este paralelă cu bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$. Finalizare.	**2p**
3.	Numărul se scrie $n+\frac{3n+1}{n^2-3}\in\mathbb{N}$. Este necesar ca $\lvert 3n+1\rvert\geq\lvert n^2-3\rvert$	**1p**
	Dacă $n>4$, atunci $n^2-3>4n-3>3n+1$, deci $n\leq 4$.	**2p**
	Dacă $n\leq -4$, atunci $\lvert 3n+1\rvert=-3n-1$ şi $\lvert n^2-3\rvert-\lvert 3n+1\rvert=n^2+3n-2\geq\lvert n\rvert(\lvert n\rvert\pm 3)-2>0$. Urmează că $n\in\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$ Finalizare $n\in\{-1,2,4\}$	**4p**
4p	Considerăm $R\in BC$, astfel încât $NR\parallel AB$. Triunghiurile AMN şi PRN sunt asemenea, deci $\frac{AM}{PR}=\frac{MN}{RN}$	**2p**
	Obţinem $AM=\frac{PR\cdot MN}{RN}=\frac{PR\cdot NC}{RN}$	**3p**
	Triunghiurile RNP şi RCN sunt asemenea şi avem $\frac{NP}{CN}=\frac{RP}{RN}$. Obţinem $NP=\frac{PR\cdot NC}{RN}$.	**2p**